

**Н. П. КАСТЕРИН**

**УСТРАНЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПАРАДОКСА  
ФЕЛИКСА КЛЕЙНА**

Составлено профессором А. К. Тимирязевым по записям слушателей и сохранившемуся конспекту доклада автора.

1. 21 ноября 1939 года профессор Н. П. Кастерин (скончавшийся 10 декабря 1947 года) сделал доклад на указанную выше тему в тесном кругу физиков Московского университета. В последующие годы профессор Н. П. Кастерин в сотрудничестве с проф. А. К. Тимирязевым и доц. Т. М. Свиридовым, проводил обширные систематические опытные исследования вихревого движения в воздухе. В свете этих исследований и, в особенности, тех опытов, которые были произведены проф. Н. П. Кастериним совместно с А. К. Тимирязевым и Т. М. Свиридовым в июне 1947 года, предлагаемый вниманию читателей доклад приобретает совершенно исключительный интерес.

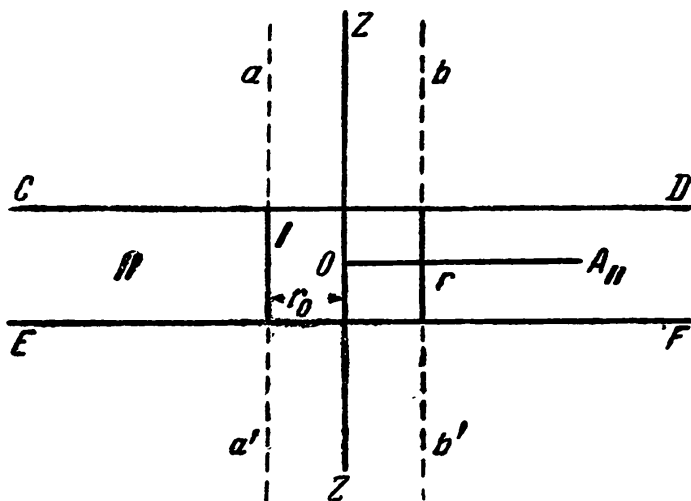


Рис. 1

2. Рассмотрим, каким образом классическая аэродинамика роковым образом приводит к парадоксу Феликса Клейна. Предположим, что нам дан бесконечно длинный цилиндрический вихревой столб ( $a, b, a', b'$ ) (см. рис. 1), пересеченный двумя параллельными плоскостями  $CD$  и  $EF$ , отстоящими друг от друга на расстоянии, равном принятой единице длины. В рассматриваемой области между  $CD$  и  $EF$  пусть  $I$  относится к вихревой области, а  $II$  — к окружающей наш вихревой столб невихревой области движения воздуха. Для случая цилиндрического вихря основные уравнения, при наличии стационарного состояния

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{и} \quad u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \tag{1}$$

приводят к

$$\frac{V^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr}, \tag{1}$$

где  $V = \omega r$  (см. рис. 1),  $\omega$  — угловая скорость и  $r = OA$ .

Мы будем рассматривать движение в невихревой зоне II; именно поэтому мы должны еще учесть равенство нулю:  $\text{Curl}_z V = 0$ , что в данном случае дает

$$\frac{1}{r} \frac{\partial V r}{\partial r} = 0 \text{ или } V \cdot r = \text{const.} = V_0 r_0, \quad (2)$$

где под  $r_0$  мы будем разумеать радиус вихревого столба.

Вставляя (2) в (1), мы получаем

$$\frac{V_0^2 r_0^2}{r^3} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr}. \quad (3)$$

Принимая теперь уравнение адиабаты  $P = \frac{P_0}{\rho_0^k} \rho^k$ , вставляя его в (3) и производя интегрирование, мы без труда находим

$$\frac{V_0^2 r_0^2}{2r^2} = -\frac{P_0}{\rho_0^k} \frac{k}{k-1} \rho^{k-1} + C_0. \quad (II)$$

Предположим теперь, что при  $r \rightarrow \infty$ , плотность  $\rho = 0$ , тогда и  $C_0 = 0$ , но это приводит к нелепости, так как тогда для всех значений  $r < \infty$  плотность оказывается отрицательной. Это указывает, что  $C_0$  должно быть величиной положительной и такой, чтобы

$$\frac{P_0}{\rho_0^k} \frac{k}{k-1} \rho^{k-1} = C_0 - \frac{V_0^2 r_0^2}{2r^2}$$

было величиной положительной.

Подсчитаем теперь энергию движения невихревой области в слое  $CDEF$  высотой = 1.

Эта энергия, как нетрудно видеть,

$$U_e = \int_{r_0}^{\infty} 2\pi r \frac{V^2}{2} \rho dr. \quad (4)$$

Для вычисления, в целях упрощения, положим  $k=2$  и  $\frac{2P_0}{\rho_0^k} = a_0$ , тогда из (II) получаем

$$\rho = \frac{C_0 - \frac{V_0^2 r_0^2}{2r^2}}{a_0}. \quad (5)$$

Вставляя (5), а также (2) в (4), мы получаем:

$$U_e = 2\pi \int_{r_0}^R r dr \rho \frac{V_0^2}{2} = \frac{\pi}{a_0} V_0^2 r_0^2 C_0 \int_{r_0}^R \frac{dr}{r} - \frac{\pi V_0^4 r_0^4}{2a_0} \int_{r_0}^R \frac{dr}{r^3} = \frac{\pi}{a_0} V_0^2 r_0^2 C_0 \lg \frac{R}{r_0} + \frac{\pi}{a_0} \frac{V_0^4 r_0^4}{4} \left( \frac{1}{R^2} - \frac{1}{r_0^2} \right). \quad (6)$$

Итак, ввиду того, что  $C_0 > 0$ , при  $R \rightarrow \infty$  мы имеем  $U_e \rightarrow \infty$ , т. е. цилиндрический вихрь в беспредельной жидкости не может существовать — для его создания требуется бесконечная энергия, а, тем не менее, смерчи существуют и производят свою разрушительную деятельность.

3. Для устранения этого парадокса попробуем, следуя методу Феликса Клейна, решить задачу элементарным путем, взяв элементарную (но не бесконечно малую) «аэродинамическую частицу» и, решив задачу

элементарным путем, затем уже перейдем к пределу. Вместо уравнения

$$-\frac{V^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr}, \quad (1)$$

мы имеем

$$-\frac{r_{b+1}^2 - r_b^2}{2} \Delta\vartheta \Delta l r^* \omega^{*2} = -\frac{(p_{b+1} - p_b)}{\rho^*} r^* \Delta\vartheta \Delta l. \quad (7)$$

В ур-ии (7)  $r^*$  — «средний» радиус «частицы»  $ABA_1B_1CDC_1D_1$  (рис. 2),  $\rho^*$  — «средняя» плотность и  $\omega^*$  — «средняя» угловая скорость.

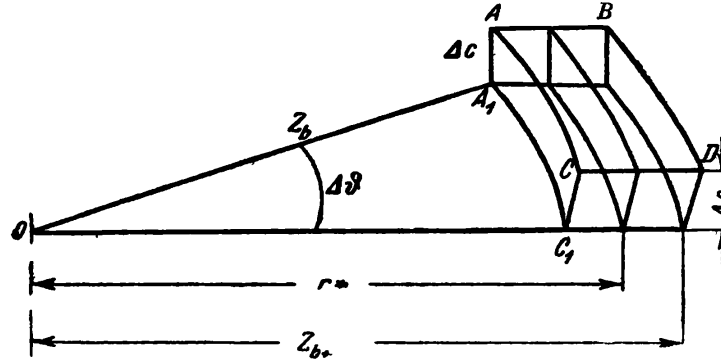


Рис. 2

Составляем теперь следующие выражения, содержание которых вполне ясно.

$$p_{b+1} = \frac{p_0}{\rho_0^k} \rho_{b+1}^k = \frac{p_0}{\rho_0^k} [\rho^* + (\rho_{b+1} - \rho^*)]^k = \frac{p_0}{\rho_0^k} \rho^{*k} \left[ 1 + k \frac{\rho_{b+1} - \rho^*}{\rho^*} \right] \quad (8)$$

$$p_b = \frac{p_0}{\rho_0^k} \rho_b^k = \frac{p_0}{\rho_0^k} [\rho^* - (\rho^* - \rho_b)]^k = \frac{p_0}{\rho_0^k} \rho^{*k} \left[ 1 - k \frac{\rho^* - \rho_b}{\rho^*} \right]; \quad (8')$$

из (8) и (8') получаем:

$$p_{b+1} - p_b = \frac{p_0}{\rho_0^k} \rho^{*k-1} k (\rho_{b+1} - \rho_b), \quad (9)$$

аналогично составляем уравнения:

$$\rho_{b+1}^{k-1} = [\rho^* + (\rho_{b+1} - \rho^*)]^{k-1} = \rho^{*k-1} \left[ 1 + (k-1) \frac{\rho_{b+1} - \rho^*}{\rho^*} \right] \quad (10)$$

$$\rho_b^{k-1} = [\rho^* - (\rho^* - \rho_b)]^{k-1} = \rho^{*k-1} \left[ 1 - (k-1) \frac{\rho^* - \rho_b}{\rho^*} \right]. \quad (10')$$

Из (10) и (10') получаем:

$$\rho_{b+1}^{k-1} - \rho_b^{k-1} = \rho^{*k-1} (k-1) \frac{\rho_{b+1} - \rho_b}{\rho^*} \quad (11)$$

или

$$\rho_{b+1} - \rho_b = \frac{\rho_{b+1}^{k-1} - \rho_b^{k-1}}{\rho^{*k-2}} \frac{1}{k-1}. \quad (11')$$

Исключая в (9) и (11')  $\rho_{b+1} - \rho_b$ , мы получаем:

$$p_{b+1} - p_b = \frac{p_0}{\rho_0^k} \rho^* \frac{k}{k-1} (\rho_{b+1}^{k-1} - \rho_b^{k-1}). \quad (12)$$

Сокращая в (7) в обеих частях  $r^* \Delta\vartheta \Delta l$  и вставляя (12), мы находим

$$-\frac{r_{b+1}^2 - r_b^2}{2} \omega^{*2} = -\frac{p_0}{\rho_0^k} \frac{k}{k-1} (\rho_{b+1}^{k-1} - \rho_b^{k-1}). \quad (12')$$

Теперь необходимо выразить  $\omega^*$  через  $\omega_{b+1}$  и  $\omega_b$ . Из (2)

$$\frac{V_0 r_0}{r_{b+1}} = V_{b+1} = r_{b+1} \omega_{b+1} \quad \text{и} \quad \frac{V_0 r_0}{r_b} = V_b = r_b \omega_b \quad \text{находим} \quad \omega_{b+1} = \frac{V_0 r_0}{r_{b+1}^2} \quad \text{и} \quad \omega_b = \frac{V_0 r_0}{r_b^2}$$

точно также  $\frac{V_0 r_0}{r^{*2}} = \omega^*$ . Переходя к пределу, т. е. беспредельно уменьшая объем  $AA_1 BB_1 CC_1 DD_1$ , мы естественно предполагаем, что «средняя» угловая скорость

$$\omega^* = \frac{1}{2} (\omega_{b+1} + \omega_b), \quad (13)$$

а тогда, вставляя найденные выражения для  $\omega_{b+1}$ ,  $\omega_b$  и  $\omega^*$  и деля полученное из (13) ур-ия на  $V_0 r_0$ , мы имеем:

$$\frac{1}{r^{*2}} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r_{b+1}^2} + \frac{1}{r_b^2} \right). \quad (13')$$

Далее, так как при переходе к пределу  $r_{b+1} \rightarrow r_b$ , мы можем  $r_{b+1}^2$  положить произведению  $r_b r_{b+1}$  также как и  $r_b^2 = r_b^2 r_{b+1}$ , тогда мы, переходя к пределу **п р и б л и ж е н н о**, имеем:

$$\frac{1}{r^{*2}} = \frac{1}{r_b r_{b+1}}. \quad (14)$$

Надо однако запомнить, что (14) есть соотношение **п р и б л и ж е н н о е**, допустимое лишь при условии  $r_{b+1} \rightarrow r_b$ .

Вставляем теперь, на основании (14),  $\omega^* = \frac{V_0 r_0}{r_b r_{b+1}}$  в (12'), т. е. в выражение

$$-\frac{r_{b+1}^2 - r_b^2}{2} \omega^{*2} = -\frac{p_0}{\rho_0^k} \frac{k}{k-1} (\rho_{b+1}^{k-1} - \rho_b^{k-1}) \quad (12')$$

мы получаем:

$$-\frac{V_0^2 r_0^2}{2r_b^2} + \frac{V_0^2 r_0^2}{2r_{b+1}^2} = -\frac{p_0}{\rho_0^k} \frac{k}{k-1} \rho_{b+1}^{k-1} + \frac{p_0}{\rho_0^k} \frac{k}{k-1} \rho_b^{k-1}. \quad (15)$$

Выражение (15) можно написать следующим образом:

$$\frac{V_0^2 r_0^2}{2r_b^2} + \frac{p_0}{\rho_0^k} \frac{k}{k-1} \rho_b^{k-1} = \frac{V_0^2 r_0^2}{2r_{b+1}^2} + \frac{p_0}{\rho_0^k} \frac{k}{k-1} \rho_{b+1}^{k-1} = \text{const} = C_0, \quad (15')$$

но это ведь совпадет с (II)! Таким образом, результат остается прежний, мы, как будто, ничего не выиграли.

Однако из элементарного вывода ясно, что (15') получается **т о л ь к о** в том случае, когда мы переходим к пределу, полагая, что  $r_{b+1} \rightarrow r_b$ , и когда взятый нами элемент объема  $ABA_1 B_1 CC_1 DD_1$  (см. рис. 2) становится бесконечно малым.

4. Но можно ли переходить к пределу? Над этим вопросом специалист по аэро- и гидродинамике не задумывается. Но для физика дело не так просто. Можно ли беспредельно уменьшать «аэродинамическую частицу»  $ABCD$  (рис. 3)? Ведь газ состоит из молекул, и все величины — скорость, ускорение, угловая скорость — имеют значения, меняющиеся непрерывно в поле только в том случае, когда они задаются как средние величины для большого числа молекул. Если в элементе  $\tau$  будет всего несколько

молекул, то средняя скорость этих молекул не будет непрерывно переходить в среднюю скорость примыкающей к  $\tau$  соседней частицы. Итак, уменьшать «аэродинамическую частицу» можно только до тех пор, пока число находящихся в ней молекул настолько велико, что мы можем получить среднее значение для интересующих нас величин и притом такое, которое непрерывно переходит в среднее значение соседней «аэродинамической частицы», что позволяет нам написать обычные уравнения аэро- или гидродинамики. Аналогичное положение существует в теории электронов, где элементы объема, которыми мы оперируем, носят название «физически» бесконечно малых.

Итак, границы аэродинамической частицы пусть будут у нас  $r_b$  и  $r_{b+1}$  (пусть  $r_b$  относится к  $\tau$ , а  $r_{b+1}$  — к следующей частице  $\tau_1$ ). Но частице  $\tau$  мы должны приписать только одну угловую скорость, так как  $\tau$  имеет предельный, «физически бесконечно малый» размер. Если мы разделим  $\tau$  на две части, то для каждой из этих частей мы уже не можем выводить средние значения.

Итак, для всего элемента  $\tau$  (ABCD) (рис. 3) мы имеем только одно значение угловой скорости, назовем его  $\omega^{**}$ .

Из ур-ия (2) мы тогда имеем:

$$\left. \begin{aligned} v_{b+1} &= \frac{V_0 r_0}{r_{b+1}} = \omega^{**} r'_{b+1} \\ v_b &= \frac{V_0 r_0}{r_b} = \omega^{**} r'_b \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Мы пишем  $\omega^{**} r'_b$  и  $\omega^{**} r'_{b+1}$ , потому что мы не знаем, где приложено среднее значение скорости, и по этой причине мы оставляем произвольными  $r'_b$  и  $r'_{b+1}$

Из заданных ур-ием (2) условий, мы получаем  $v_b > v_{b+1}$ , а потому из (16) следует

$$r'_{b+1} < r'_b. \quad (17)$$

Из ур-ий (16) путем вычитания имеем:

$$v_{b+1} - v_b = V_0 r_0 \left( \frac{1}{r_{b+1}} - \frac{1}{r_b} \right) = \omega^{**} (r'_{b+1} - r'_b), \quad (18)$$

откуда следует

$$\omega^{**} = \frac{V_0 r_0}{r_b r_{b+1}}, \quad (19)$$

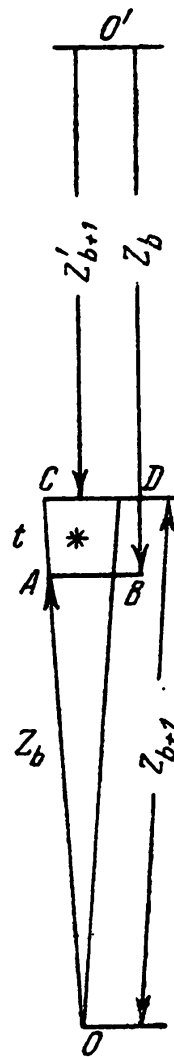


Рис. 3

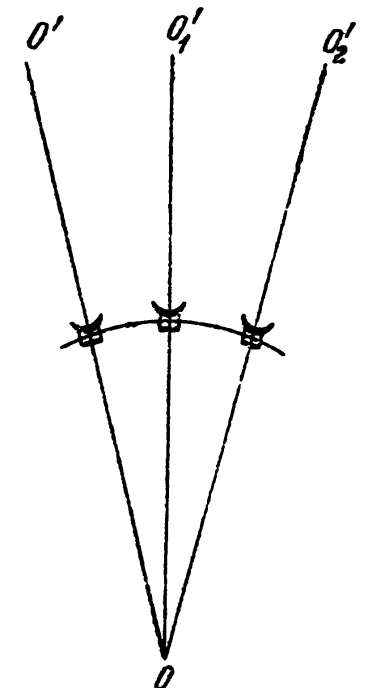


Рис. 4

также как в (12') и (14), но там этот результат получался п р и б л и ж е н н о, (19) же получается т о ч н о! Независимо от величины  $r_{b+1} - r_b$ , из (16) следует

$$r_{b+1} r'_{b+1} = r_b r'_b, \quad (20)$$

а из (18)

$$r_b - r_{b+1} = r'_{b+1} - r'_b. \quad (21)$$

Итак «мгновенный центр вращения» лежит не на оси вихря в  $O$ , а в  $O'$ , а потому направление центростремительного ускорения имеет противоположный знак, и следовательно, ур-ие (II) или (15') надо переписать так:

$$-\frac{V_0^2 r_0^2}{2r^2} = -\frac{p_0}{\rho_0^k} \frac{k}{k-1} \rho^{k-1} + C_0 \quad \text{или} \quad \frac{V_0^2 r_0^2}{2r^2} = \frac{p_0}{\rho_0^k} \frac{k}{k-1} \rho^{k-1} + C'_0, \quad (II')$$

$C'_0$  может быть нулем (при  $\rho=0$  и  $r \rightarrow \infty$ ), а потому парадокс исчезает (см. (6) при  $R \rightarrow \infty!$ ).

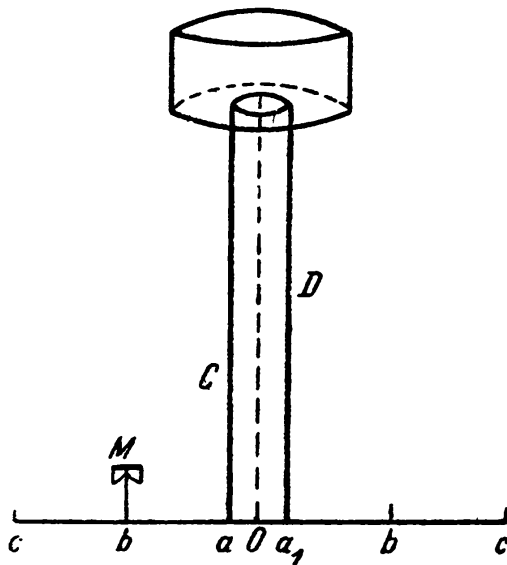


Рис. 5

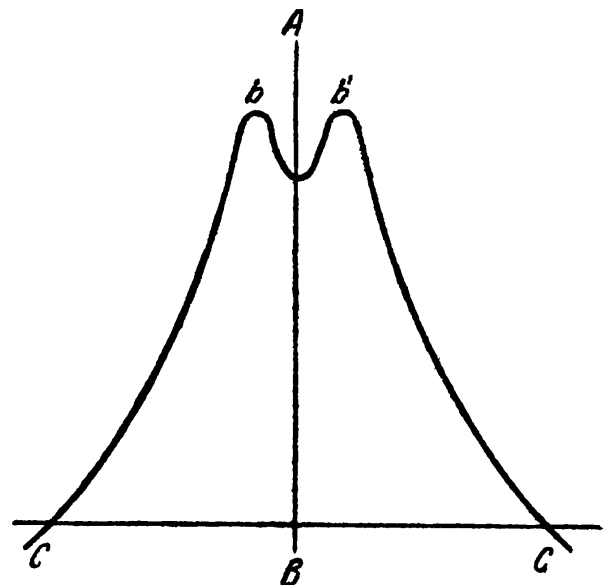


Рис. 6

Не будет, думается, с нашей стороны нескромностью, если мы выпишем из конспекта автора следующие строки, примыкающие к только что приведенным рассуждениям:

«Но (!) знак у ускорения  $\frac{V^2}{r^*}$  обратный, чем у Эйлера: оно направлено к  $O'$ —мгновенная ось («не верь глазам своим». Козьма Прутков), т. е. «не верь кинематике», а верь динамической теории газов, сравни: «истинные скорости» у Newton'a из динамических соображений». Если мы теперь построим положения мгновенных центров для различных моментов  $O', O'_1, O'_2$  и т. д. и проведем из этих центров окружности, то огибающая этих окружностей даст нам прежнюю траекторию для «аэродинамической частицы»!

5. В июне 1947 года Н. П. Кастериним была закончена разработка метода измерения вихревого поля с помощью маленьких цилиндров, вращающихся на агатовых подпятниках. Схема производившихся измерений видна из рис. 5). На рис. 5  $AB$  изображает вращающийся цилиндр, вызывающий вихревой столб  $C$ .  $M$  изображает посаженный на игле вращающийся цилиндр особой конструкции (для измерения угловой скорости), который можно было перемещать по прямой  $CC_1$ .

Опыт, произведенный впервые 23/VI. 1947 года, дал результаты, изображенные схематически на кривой 6. Максимум угловой скорости

оказывается не в центре вихревого столба, а, повидимому, на его периферии в  $bb$ . Далее кривая спадает, а на расстоянии, приблизительно 10—12 см от центра, кривая меняет знак. Это указывает на приближение к вышеупомянутым мгновенным центрам вращения  $O'$ .

Таким образом, мы имеем фактическое подтверждение изложенного в настоящей статье. Все сказанное совпадает с результатами, полученными Н. П. Кастериным еще в 1934 году.

Для невихревой области движения уравнения аэродинамики, выведенные Н. П. Кастериным, в данном случае имеют вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} - \text{grad } \frac{v^2}{2} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p^1 \quad (22)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \text{grad } \frac{v^2}{2} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p^1 \quad (22)$$

и отличаются от уравнений Эйлера (22') только знаком у члена  $\text{grad } \frac{v^2}{2}$ .

Содержание настоящей статьи было доложено проф. А. К. Тимирязевым на Общем коллоквиуме Института физики 17 марта 1948 года.

Поступила в редакцию  
9.6.1949 г.

Лаборатория  
вихревого движения

---

<sup>1</sup> Уравнение (22) может быть получено из уравнений (4), см. «Обобщение основных уравнений аэродинамики и электродинамики». Доклад на особом совещании при Академии наук СССР 9 декабря 1936 г. Издательство Академии наук СССР. Москва, 1937 (см. стр. 5).

**Н. П. КАСТЕРИН**, А. К. ТИМИРЯЗЕВ и Т. М. СВИРИДОВ

### **ОПЫТНОЕ ПОЛУЧЕНИЕ ВОЗДУШНОГО ВИХРЕВОГО СТОЛБА**

Устранение парадокса Феликса Клейна профессором Н. П. Кастеринным (см. выше), существование вихрей в природе (см. рис. 1), а так же некоторые опыты получения воздушного вихревого столба побудили авторов заняться систематическим исследованием условий образования и стабилизации воздушного вихревого столба.

В настоящей работе описана установка, метод получения и наблюдения воздушного столба. Даны сведения о сериях опытов с различными вихреобразующими устройствами, при различных условиях образования столба, его устойчивость и стабильность. В следующих работах будет дан отчет о некоторых сериях этих опытов.

Из предварительных опытов с вихрями, описаний установок других авторов (Weyer) и теоретических соображений можно было сделать заключение о требованиях, предъявляемых к опытной установке, конструкции ее и выполнению.

1. Установка должна быть массивной, частота колебаний которой должна лежать много ниже частоты колебаний, получающихся при вращении вихреобразующего устройства.

2. Установка должна быть расположена возможно дальше от стен, окон и других предметов, так как всякие посторонние предметы вблизи вихря оказывают влияние на его образование, движение и устойчивость.

3. В помещении, где расположена установка для получения вихрей, должна быть обеспечена, по возможности, неизменная температура, исключающая возможность течений воздуха вблизи установки.

4. Вихреобразующее устройство должно допускать плавное регулирование угловой скорости.

5. Вихреобразующее устройство должно легко допускать смену отдельных его деталей и всего устройства в целом.

6. Установка должна допускать плавное изменение длины вихря.

7. Установка должна допускать визуальное наблюдение образования и разрушения вихря.

Чтобы удовлетворить этим требованиям, была спроектирована, изготовлена и установлена прочная деревянная трапецевидная ферма двутаврового сечения, показанная на рисунках 2 и 3. Ферма была закреплена в виде кронштейна в специальной железной раме, вделанной в капитальных кирпичных стенах в углу комнаты.

Установка была собрана в самой большой комнате, которой располагалась лаборатория. Комната имеет арочное перекрытие, следовательно,



переменную высоту. Пролет фермы был выбран таких размеров, чтобы при повороте фермы вокруг вертикальной оси, укрепленной на упомянутой выше раме из углового железа, можно было использовать наибольшую высоту комнаты. Это удовлетворяло второму и, отчасти, третьему требованию. В качестве дополнительных мероприятий, обеспечивающих указанные выше требования, применялись плотные занавеси на окнах и дверях.

С целью плавного регулирования вихреобразующего устройства был выбран шунтовой мотор постоянного тока 0,75 киловатт, напряжением 110 вольт. Ток в шунтовой обмотке возбуждения поддерживался постоянным и равным 0,125 А. Три рустратовских реостата, включенные последовательно в цепь якоря, обеспечивали плавное регулирование числа оборотов мотора от нуля до номинального числа оборотов двигателя. Для получения больших угловых скоростей в качественных опытах приходилось, путем введения реостата в цепь возбуждения, уменьшать ток в последней. Мотор был установлен и закреплен четырьмя болтами строго вертикально на меньшем основании трапеции фермы.

Смена отдельных деталей и всего вихреобразующего устройства обеспечивалась специальным насадком; его внутренний диаметр равнялся диаметру вала мотора, с которым он скреплялся обычным шпоночным соединением и стопорным винтом. Верхняя внешняя часть насадка оканчивалась флянцем большого диаметра. Внешний диаметр насадка имеет нарезку по всей высоте до флянца. Между флянцем и вихреобразующим устройством прокладывалась листовая резина. При помощи шайбовых гаек и специальных ключей все устройство свинчивалось и закреплялось на насадке.

Плавное изменение длины вихря достигалось тем, что поверхность нижнего конца вихря при посредстве соответствующих троссов и противовесов могла непрерывно перемещаться по вертикали вниз на расстояние двух метров и более от вихреобразующего устройства, укрепленного на большей высоте над уровнем пола (рис. 2 и 3).

Для визуального наблюдения возникновения и разрушения вихря применялись облака водяного пара, поднимавшегося с плоской поверхности ванны, диаметром около одного метра, нагреваемой электрическими грелками до температуры 50—60° С.

При вращении вихреобразующего устройства, после критического числа оборотов, характерного для заданной длины, образуется вихревой столб.

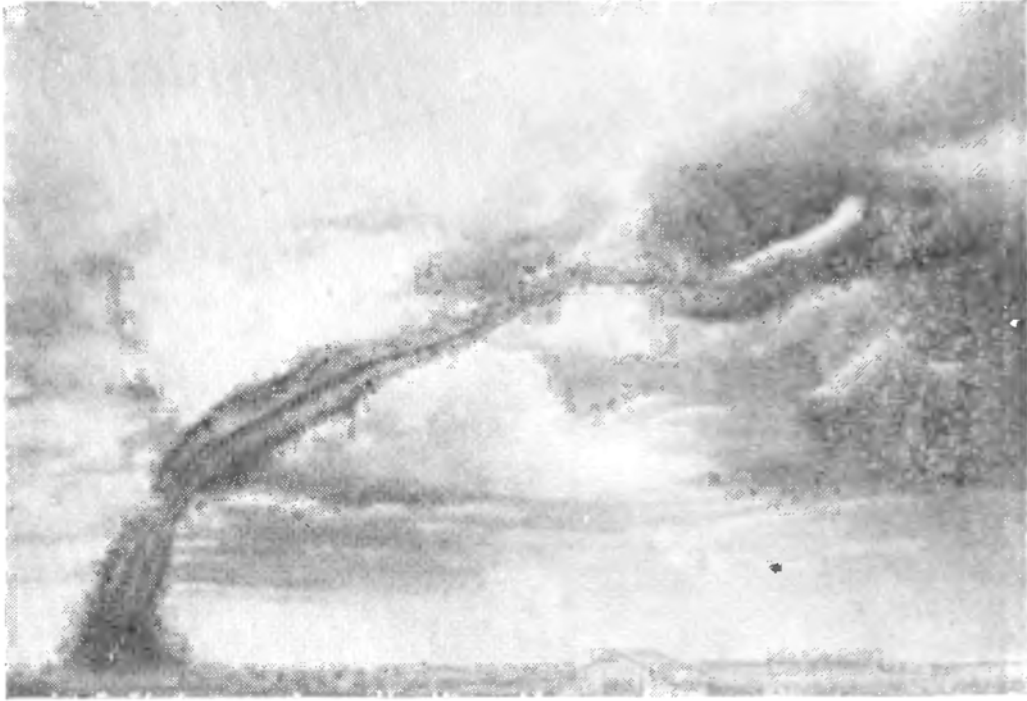
Облака тумана втягиваются вихрем и образуют хорошо видимый крутящийся вихревой столб.

Этот столб обычно хорошо виден на всем своем протяжении, начиная от вихреобразующего устройства и кончая поверхностью воды.

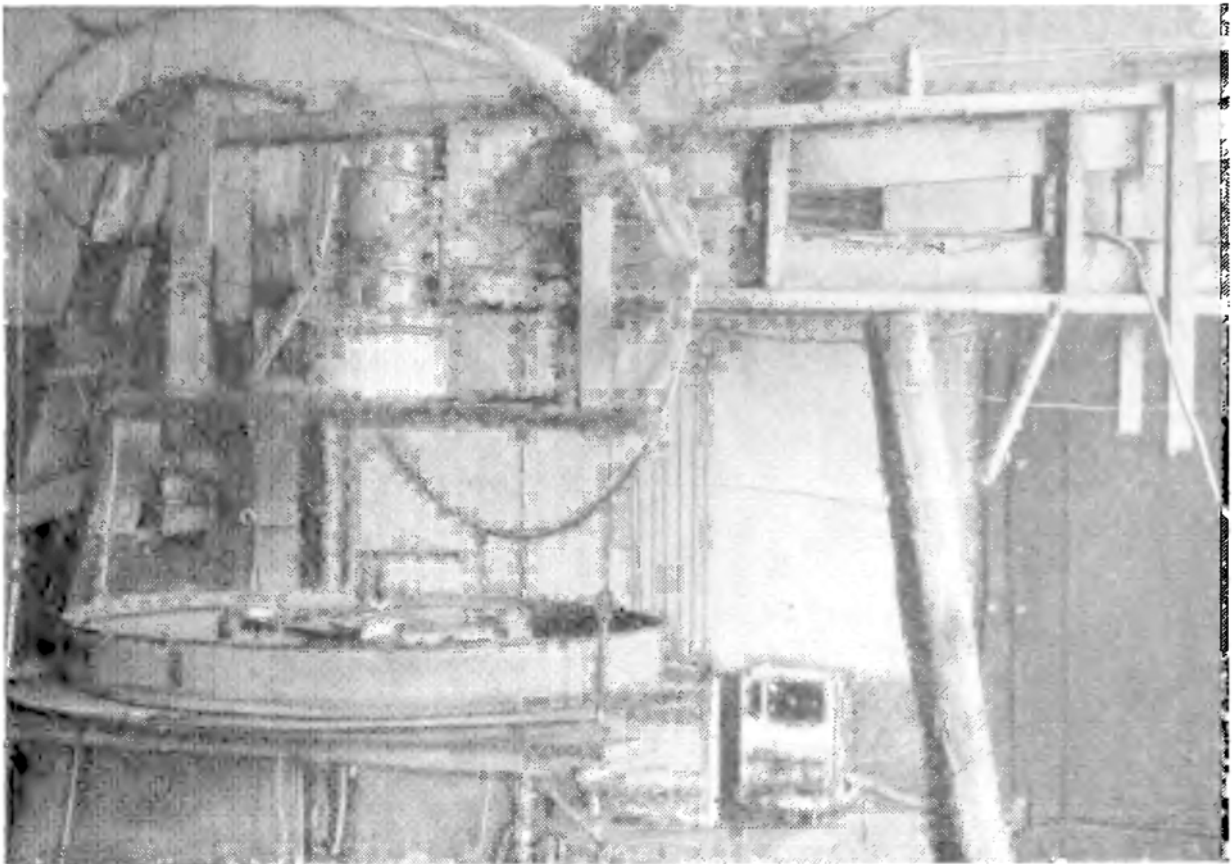
Этот метод позволял наблюдать вихри не только в установившемся состоянии, но и при их образовании и разрушении.

Критическая угловая скорость, при которой формируется и образуется устойчивый вихрь заданной длины, четко могла быть наблюдаема. При понижении скорости также четко могла быть отмечена критическая угловая скорость, при которой вихрь разрушался, переставал существовать.

В качестве вихреобразующих устройств в начале работы были испытаны алюминиевые цилиндры различного диаметра и высоты, выдавленные по специальному заказу из листового алюминия. Дно всех цилиндров имело отверстие, равное внешнему диаметру насадка, необходимое для закрепления на последнем (см. среднюю часть на рис. 4).



**Рис. 1**



**Рис. 2**

Первые опыты были поставлены с вихреобразующими устройствами примерно такого же типа, как у Веера, т. е. цилиндров различных диаметров и высоты, у которых по периферии в радиальном направлении были прикреплены лопасти различной высоты. Размеры их в радиальном направлении в трех последующих сериях опытов соответственно были 30, 40 и 50 мм.

Как правило, опыты для качественных, а позднее и количественных наблюдений производились в следующем порядке:

1. Вихреобразующее устройство выверялось, центрировалось и закреплялось на насадке вала двигателя.

2. Поверхность воды устанавливалась на определенном расстоянии от дна вихреобразующего устройства.

3. Вода в плоском тазе, подвешенном на противовесах, нагревалась до соответствующей температуры.

4. Перед пуском двигателя заслонка, предохранявшая от паров вихреобразующее устройство, убиралась, и двигатель пускался в ход.

5. Плавное изменение числа оборотов двигателя достигалось путем уменьшения сопротивления рустратовских реостатов, включенных последовательно в цепь якоря при неизменном токе в цепи возбуждения.

6. При плавном изменении числа оборотов двигателя наблюдался как самый характер образования вихря, так и его установившееся состояние.

Как правило, можно указать, что установившаяся форма вихря, наблюдавшаяся нами, имела почти всегда более или менее одинаковый вид. В вихревом столбе ясно различалась сердцевина вихря и его стенки в виде трубки, окружающей сердцевину.

Что же касается формы и вида вихря до образования установившегося состояния, то они наблюдались самой причудливой и разнообразной формы, во многом зависящие от формы и вида вихреобразующих устройств<sup>1</sup>.

Приведем несколько примеров: Опыт с цилиндром  $D=20,5$  см, высотой  $=4,0$  см, с числом лопастей  $=6$ , при длине вихревого столба  $=100$  см.

I тур. 1. При малом числе оборотов двигателя  $n_1$ , сначала образуются жгуты около лопастей, не сливающиеся в один вихрь и видимые на расстоянии 30—40 см от вихреобразующего цилиндра.

2. При увеличении числа оборотов  $n_2$ , примерно вдвое, образуются 2—3 вихря на всем протяжении, т. е. 2—3 вихря длиной около одного метра.

3. При дальнейшем увеличении числа оборотов  $n_3 > n_2$ , вихри сливались, и образовался один вихревой столб.

При II туре опытов, производившихся примерно через 30 минут, возникновение вихря наблюдалось уже при  $n=n_1$ , т. е. такой угловой скорости, когда в I туре наблюдалось лишь их зарождение. При числе оборотов  $n'$ , когда в I туре наблюдалось 3 вихря, — во II туре образовался «прекрасный вихрь с сердцевиной» (из журнала наблюдений). При более значительных числах оборотов можно было наблюдать вихревой столб, диаметр которого на всем протяжении всей длины (1 м) примерно равнялся диаметру вращающегося цилиндра за вычетом крылышек.

III тур. При  $n=n_2$  получался более устойчивый вихрь и получался он быстрее и легче (наблюдение производилось спустя 1 час после I тура).

<sup>1</sup> Применяв киносъемочный аппарат, здесь можно проследить процесс образования вихря от начала до конца. В настоящее время подготовка к съемке ведется.

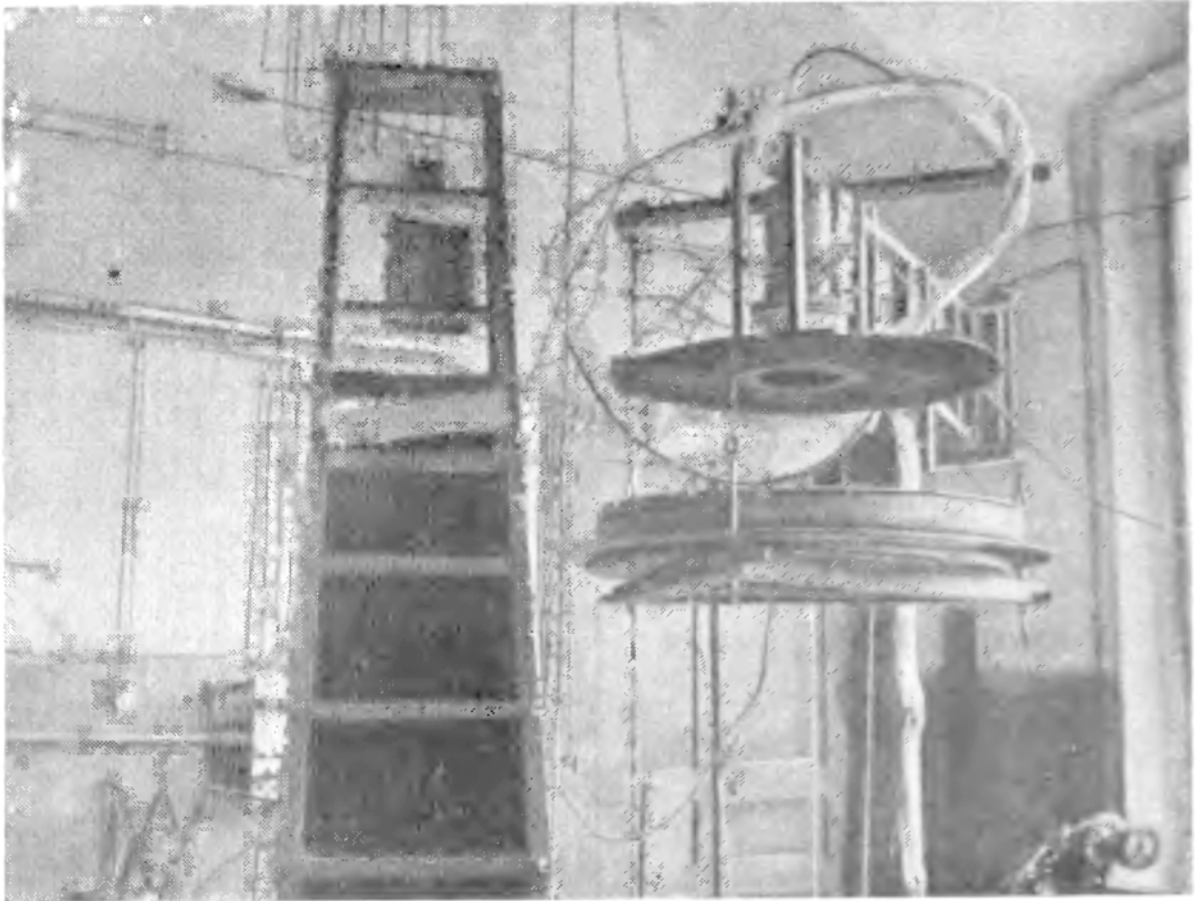


Рис. 3

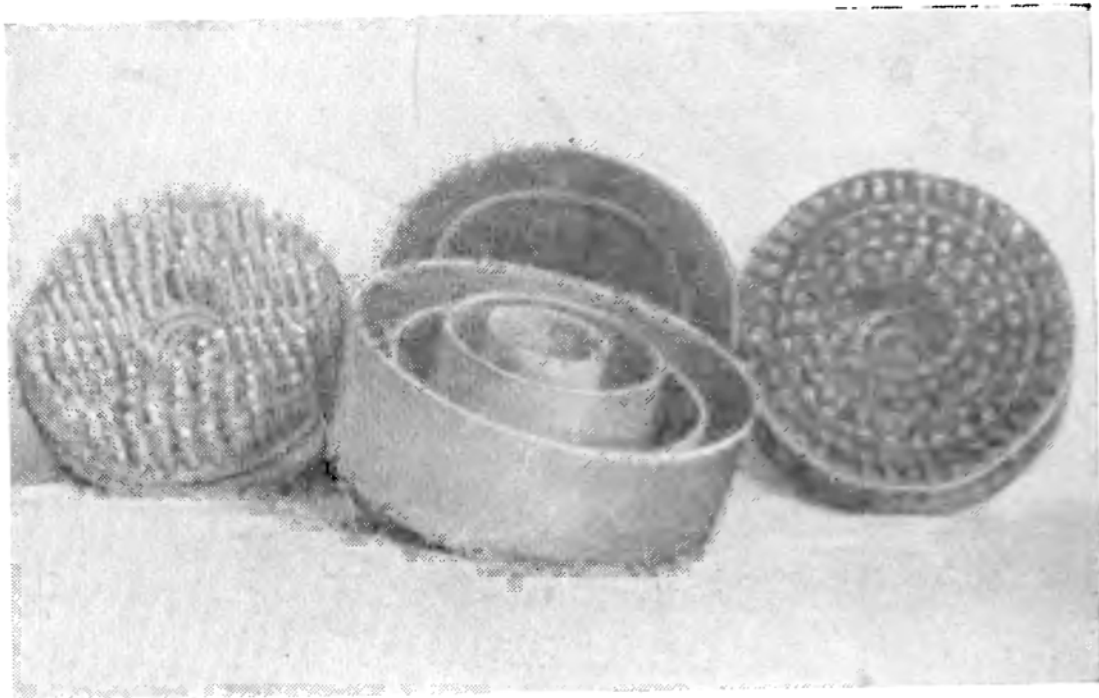


Рис. 4

Улучшение вихреобразования при переходе от I к II и, далее, к III туру объясняется лучшим центрированием и самоцентрированием вихреобразующего устройства, а также ввиду более строгой вертикальной установки его оси. Оба эти фактора, как показали последующие опыты, имеют исключительное значение для получения устойчивых вихрей. Затрачиваемая мощность двигателя в этих опытах при образовании вихря не превышала 50—60 ватт.

Все эти устройства показали, что они способны образовать и поддерживать вихрь неопределенно длительное время. Однако количественные измерения, связанные с исследованием вихревого столба, полученного с помощью лопастных устройств, были невозможны. Можно было, например, при затрачиваемой мощности около 70 ватт с цилиндром высотой 70 мм (с лопастями) получить вихревой столб длиной 1,5 метра. Но чем больше вихрь, тем меньше его устойчивость. Он все время относится в сторону.

Вихри описывают на поверхности воды различные фигуры, а в пространстве самые причудливые поверхности неправильной и неповторяющейся формы.

Другими словами, получение неподвижных относительно вертикальной оси вихрей с лопастными вихреобразующимися устройствами с мощностью и числом оборотов, которыми мы располагали, не удавалось. В конце концов, от лопастей мы отказались. Отказ от лопастных вихреобразующих устройств логически привел нас к необходимости испытать прежде всего гладкие цилиндры.

В дальнейшем нами было произведено много самых разнообразных опытов, связанных с получением и наблюдением вихрей при помощи вихреобразующих устройств различной конструкции.

I серия опытов—исследование вихреобразующих устройств, состоявших из одного гладкого цилиндра из листового алюминия (с толщиной стенки около 1 мм) диаметром в 205 мм, однако, различной высоты.

II серия опытов—с гладкими составными цилиндрами разных диаметров и высоты, вставленных один в другой и свинченных на насадке, укрепленной на валу двигателя.

III серия—исследование влияния различных поверхностей вихреобразующих устройств.

IV серия—исследование влияния диафрагмы и отверстий на цилиндре.

V серия—опыты с дисковыми щетками из проволоки, вращавшимися вместе с цилиндром на валу двигателя (см. правую часть на рис. 4).

VI серия—опыты с дисковыми щетками из органических материалов разных сортов и длины, вращающимися вместе с гладким цилиндром (см. левую часть на рис. 4).

VII серия—опыты с теми же щетками, однако, с неподвижным цилиндром, окружавшим вращающуюся щетку.

VIII серия—опыты по измерению подъемной силы или натяжения вихря.

IX серия—опыты, связанные с разработкой метода измерения угловых скоростей в поле вихря.

X серия—метод измерения угловых скоростей в поле вихря.

Все эти серии, конечно, не равноценны. Естественно, первые серии опытов преимущественно носили характер доказательства—возможности получения вихря средствами весьма ограниченной мощности.

Несомненное доказательство образования и существования вихревого столба было получено. В первых сериях опытов авторы большего перед собой и не ставили.

Когда эта задача была решена, важно было количественно проследить, какова же необходима угловая скорость для образования вихревого столба определенной длины, для данного вихреобразующего устройства в присутствии облака водяного пара, необходимого для визуального наблюдения.

Для указанных условий эти количественные наблюдения можно было провести совершенно строго, так как начало образования и разрушения вихревого столба (при понижении угловой скорости) можно было наблюдать совершенно отчетливо. По этому методу были получены кривые зависимости угловой скорости, при которой образуются вихревые столбы определенной длины при заданном вихреобразующем устройстве.

Визуальное наблюдение при помощи других средств (дым, хлопья и т. п.) неизбежно связано с загрязнением воздуха, из которого образуется вихревой столб.

Поэтому наши количественные измерения начала образования и разрушения вихревого столба относятся лишь к влажному воздуху. Повторяемость опытов при визуальном наблюдении при соблюдении начальных условий была очень устойчива. Это послужило основанием избрать визуальный метод для исследования и количественного сравнения различных вихреобразующих и стабилизирующих устройств.

В следующих работах нами будет дан отчет об исследовании влияния физических свойств поверхностей, а также размеров вихреобразующих устройств, необходимых для получения устойчивых вихрей.

Поступила в редакцию  
9.6.1949 г.

Лаборатория  
вихревого движения

---

**Н. П. КАСТЕРИН**, А. К. ТИМИРЯЗЕВ и Т. М. СВИРИДОВ

**ВИХРЕВОЙ ГИСТЕРЕЗИС**

1. Вихревой воздушный столб, который в дальнейшем мы будем для краткости называть «вихрем», можно получить с помощью различных устройств. Опыты с лопастными вихреобразующими устройствами, описанные кратко в предыдущей статье, показали невозможность получения

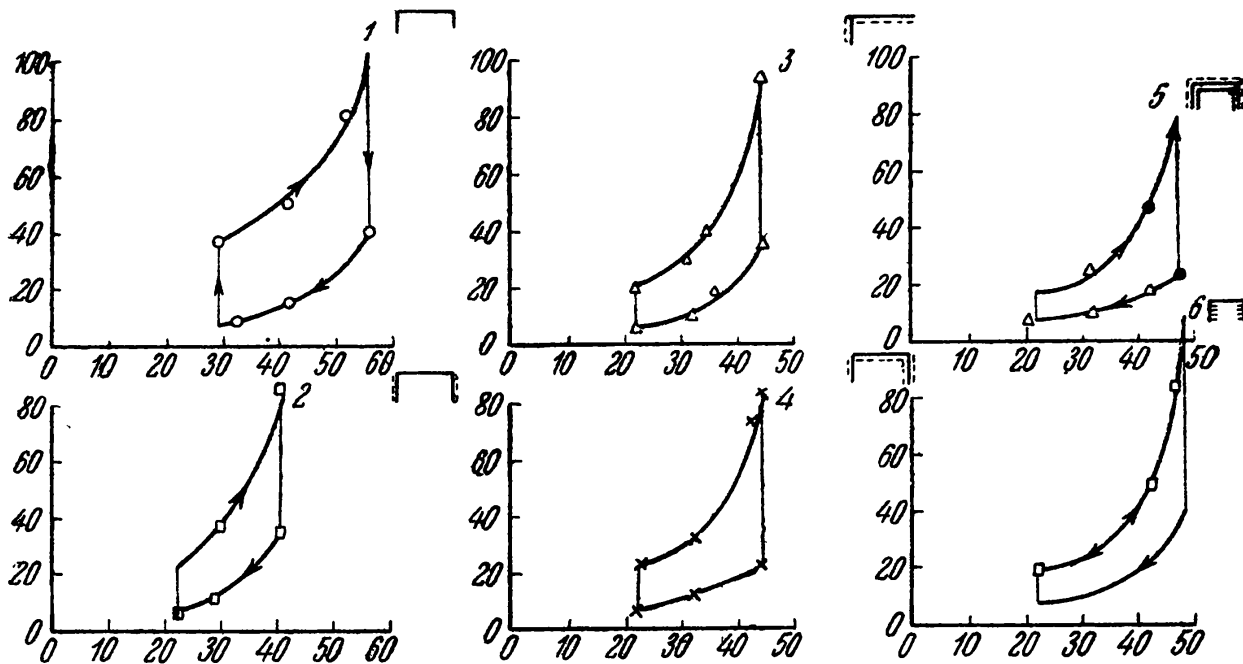


Рис. 1

устойчивых вихрей при мощностях и угловых скоростях, которыми мы располагали.

Это заставило нас в поисках наиболее рациональных конструкций вихреобразующих устройств в первую очередь изучить влияние физических свойств поверхностей вихреобразующих устройств.

2. Опыты располагались следующим образом. Прежде всего устанавливалась определенная длина вихря (путем установки ванны с подогреваемой водой на определенном расстоянии от вихреобразующего устройства). Далее двигатель вихреобразующего устройства пускался в ход. Число оборотов двигателя весьма медленно и непрерывно поднималось. При некотором критическом числе оборотов (т. е. угловой скорости вращения) внезапно возникает устойчивый вихревой столб. После того, как вихрь при данной длине становился устойчивым, угловая скорость

столь же непрерывно и постепенно уменьшалась. При этом вихрь при значительном понижении угловой скорости оставался устойчивым. Наконец, при некоторой критической угловой скорости, значительно отличающейся от критической скорости возникновения вихря, вихрь также внезапно исчезал.

Опыты по определению критической угловой скорости появления и исчезновения вихря для данной длины повторялись много раз, пока мы не убедились, что отклонения от первоначально наблюдаемых величин были весьма незначительны. Таким образом, метод оказался более точным, чем мы ожидали (изменения длины вихря на 5 мм при длине 40—50 см вызывали заметные изменения критической угловой скорости). Последовательно увеличивая длину вихря, мы при каждой установленной длине вихря повторяли указанные выше измерения.

3. Точки критической угловой скорости, нанесенные на график как функция длины вихря, при заданном вихреобразующем устройстве, ложились на плавную кривую, как это можно легко убедиться по виду кривых на рис. 1.

4. Критическая угловая скорость возникновения вихря превосходила критическую скорость его исчезновения от 2 до 5 раз.

5. В настоящей заметке мы отмечаем лишь самый факт наблюдения нового явления, названного нами вихревым гистерезисом.

Поступила в редакцию  
9.6.1949 г.

Лаборатория  
вихревого движения